

# 多參數量測扭轉向列型液晶之新型外差式偏光儀

尤崇智

羅裕龍

成功大學機械系

成功大學機械系

N1893104@ccmail.ncku.edu.tw loyl@mail.ncku.edu.tw

## 摘要

目前已發展出一新方法來量測扭轉型液晶盒的多項參數，與以往文獻不同的是，我們首先使用多目標基因演算法來分析光學外差干涉訊號的相位及強度比，同時求出液晶盒的入射液晶導軸方位角 (azimuth angle)、扭轉角以及液晶盒厚度的最佳解。藉由光學外差共路徑干涉的量測架構，可降低環境擾動對於訊號的影響，並改善訊噪比(signal-to-noise ratio)；經由初步的實驗結果確認了此方法用於量測扭轉型液晶盒參數的可行性，而所得的各參數的最佳解與廠商提供數值十分接近，且經由多次量測的結果，此系統亦有相當高的穩定性。

關鍵字：外差干涉、基因演算法、向列型液晶、多參數量測

## 壹、前言

近幾年來，液晶顯示器由於輕、薄、省電、低輻射...等優點大量的應用在電子產品，並有逐漸取代傳統的映像管顯示器的趨勢。在一般的液晶顯示器裡，液晶盒的厚度和扭轉角關係著顯示器的品質，尤其對亮度、對比度及反應時間有極大的影響。因此準確的量測液晶層各項參數，對於液晶顯示器的設計及製造會有很大的幫助，而在這些參數的量測上，近年已有數量可觀的研究發表[1-5]，在單波長的量測方法上，有使用旋轉波片的方式來量測較薄的液晶層厚度[1]，或是單波長的光強度比例法(total intensity ratio method, TIRM)量測液晶厚度[2]，另外在使用多波長光源量測上，像是旋轉偏振片法[3]、光譜式 TIRM[4]或是量測穿透光譜的變化[5]以求得液晶參數，這些方法均需要連續的旋轉偏光元件；另外，利用量測穿過液晶樣本之 Stokes 參數以求出液晶參數的方法也持續的被發表[6-9]。在本研究中，我們以扭轉型向列液晶為樣本，使用一外差干涉偏光調變儀得到一外差訊號，並首先使用基因演算法來逆運算求出該液晶樣本之入射液晶導軸方位角(azimuth angle)、扭轉角以及液晶盒厚度的最佳解。

## 貳、研究方法

### 一、外差式偏光干涉原理

傳統干涉術是利用分光鏡將光分成參考及測試兩道光，使這兩道光走不同的路徑，在將之結合起來，藉由干涉條紋的分佈情形將待測訊息給擷取出來。而共路徑外差干涉術則是利用調變器調變光源將待測訊號埋入相位或振幅中，輸入至鎖相放大器進行訊號處理，擷取相位訊號再進行分析。因為待測訊號是埋入相位中且參考光與信號光為共路徑所以相較傳統的條紋解析法有更容易解析、及時處理及精確等優點。

若兩光波之電場分別表示成

$$E_1 = A_1 \exp[i(\omega_1 t)] \quad (1)$$

$$E_2 = A_2 \exp[i(\omega_2 t + \delta)] \quad (2)$$

其中  $A_1$ 、 $A_2$  為振幅， $\omega_1$ 、 $\omega_2$  為角頻率， $\delta$  為兩光波之光程差所造成的相位差，將兩道光電場互相疊加後，由於  $I(t)$  光強度大小正比於  $E(t)$  電場振幅的絕對值平方，即

$$I(t) \propto |E_1 + E_2|^2 \propto A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2[\cos(\Delta\omega + \delta)] = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos(\Delta\omega + \delta) \quad (3)$$

所以外差干涉訊號就如上面所述有兩個頻率(或波長)稍有不同的光波根據重疊原現疊加後的干涉現象。所要解析的訊號頻率為拍頻，且要量測的相差被載入訊號的相位中，故只需將此訊號經電子電路處理(如相位計、鎖相放大器)即可解出相位差  $\delta$ 。

我們所使用的新型共路徑外差干涉儀量測系統如圖 1 所示，其中偏光旋轉調變器包含一電光調變器，及兩片與電光調變器各夾之  $\pm 45^\circ$  之  $1/4$  波片，該偏光調變器可用於調變線性偏極光

使其作等角速度旋轉[10]；訊號產生器產生一鋸齒波用以驅動電光調變器，波長 632.8 nm 之氬氖雷射為此系統之光源，上述入射光源依序經過偏振片、偏光調變器、液晶樣本以及檢偏片，接著至光偵測器上接受其光訊號，最後再將光訊號分別經過帶通濾波器和鎖相放大器作訊號處理的部份。入射光經過量測系統後，由光偵測器所接受到的光訊號其電場可由瓊斯矩陣表示成

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\phi & -\sin\phi \\ \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos X - i\Gamma \frac{\sin X}{2X} & \phi \frac{\sin X}{X} \\ -\phi \frac{\sin X}{X} & \cos X + i\Gamma \frac{\sin X}{2X} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$* \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\frac{\omega t}{2}) & \sin(\frac{\omega t}{2}) \\ -\sin(\frac{\omega t}{2}) & \cos(\frac{\omega t}{2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

其中

$$X = \sqrt{\phi^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (5)$$

$$\Gamma = 2\pi d \Delta n / \lambda \quad (6)$$

$\phi$  為液晶樣本之扭轉角， $\Gamma$  為液晶層之相位差， $d$  是液晶層之厚度， $\Delta n$  是液晶材料之雙折射率，而  $\alpha$  為入射液晶導軸方位角， $\omega$  為線偏極光之旋轉角頻率。

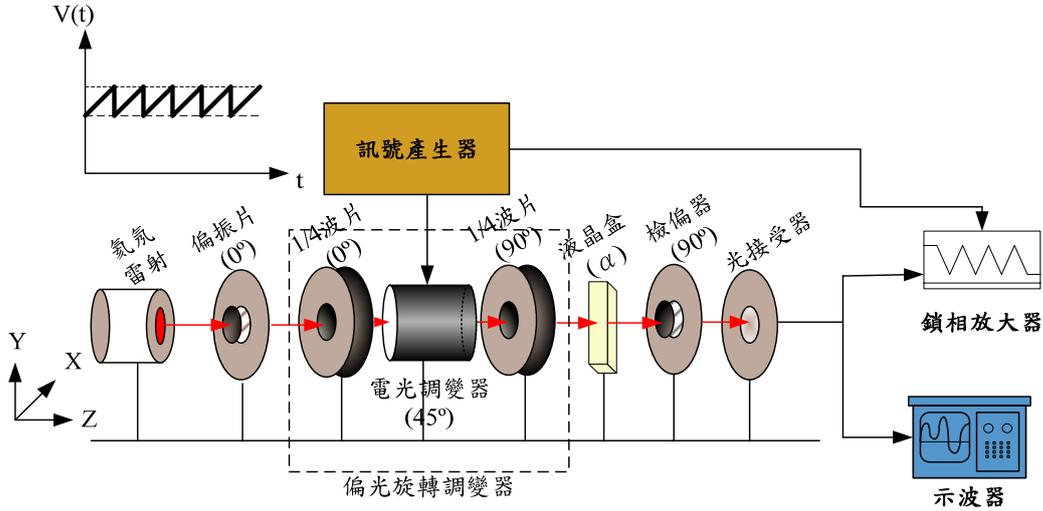


圖 1 共路徑偏光調變量測系統架構圖

所得之光強  $I \propto E \cdot E^*$  之數學形式十分複雜，經初步簡化可表示成

$$I \propto \frac{1}{32X^2} \left[ \begin{aligned} & \overbrace{\left( 8X^2 + 2\Gamma^2 - 2\Gamma^2 \cos 2X + 8X^2 \cos 2X + 8\phi^2 - 8\phi^2 \cos 2X \right)}^{\text{DC term}} \\ & + \cos(\omega t - 2\phi) \cdot \overbrace{\left( -8X^2 \cos 2X + 8\phi^2 - 8X^2 - 8\phi^2 \cos 2X \right)}^{\text{A}} \\ & + \sin(\omega t - 2\phi) \cdot \overbrace{\left( \sin 2X \cdot 16X \cdot \phi \right)}^{\text{B}} \\ & + \cos(\omega t + 2\phi + 4\alpha) \cdot 2\Gamma^2 \cos(2X - 1) \end{aligned} \right] \quad (7)$$

再經由更進一步之簡化可得

$$\begin{aligned}
I &\propto I_{DC} + \sqrt{A^2 + B^2} \sin\left(\omega t + \overbrace{\theta - 2\phi}^{\theta_1}\right) + 2\Gamma^2 \cos(2X - 1) \cdot \cos\left(\omega t + \overbrace{2\phi + 4\alpha}^{\theta_2}\right) \\
&= I_{DC} + \overbrace{(C \sin \theta_1 + D \cos \theta_2)}^{A'} \cdot \cos \omega t + \overbrace{(C \cos \theta_1 - D \sin \theta_2)}^{B'} \cdot \sin \omega t \\
&= I_{DC} + \overbrace{\sqrt{A'^2 + B'^2}}^K \sin(\omega t + \sigma) \\
&= I_{DC} + K \sin(\omega t + \sigma), \quad \begin{cases} \theta = \sin^{-1}\left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right) \\ \sigma = \sin^{-1}\left(\frac{A'^2}{\sqrt{A'^2 + B'^2}}\right) \end{cases} \quad (8)
\end{aligned}$$

由式(8)可看出最後所接受到之光訊號為一外差干涉訊號，其中包含了直流項  $I_{DC}$  與調變項  $K \sin(\omega t + \sigma)$ ，其調變項之角頻率與電光調變器之驅動頻率相同。

由所推出之原始光強訊號與簡化過程中，我們發現該訊號之直流項以及調變項中之振幅及相位均可表達成未知液晶參數之函數  $(\alpha, \phi, d)$ ；利用鎖相放大器可得到訊號之相位  $\sigma(\alpha, \phi, d)$ ，接著定義光強比  $A_G$  為振幅與直流項之比值，即

$$A_G(\alpha, \phi, d) \equiv K / I_{DC} \quad (9)$$

如此所得之光強比受到環境造成的光強擾動影響較小，可提高量測準確度。

為了驗證所簡化之光強理論式是否正確，我們將未簡化前之光強與簡化後之光強式(8)以電腦繪出，如圖 2.2 所示

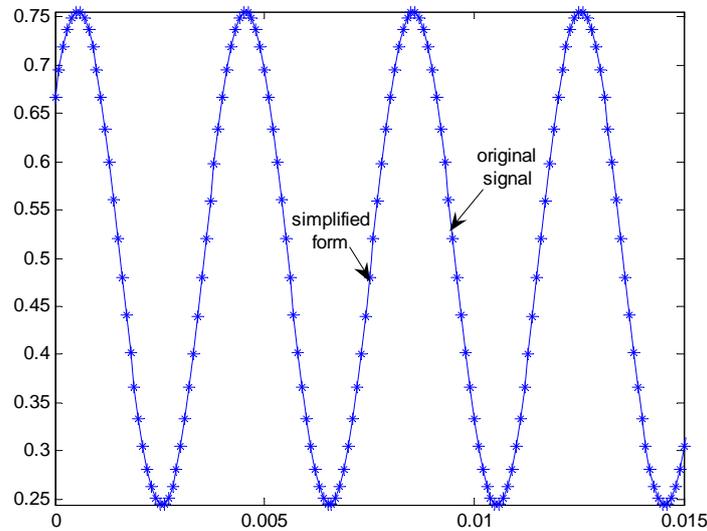


圖 2 簡化前理論光強與簡化後理論光強

在圖 2 中實線部份為未簡化所繪出之光訊號，而米字號為由式(8)所繪出之光訊號，由圖中可看出此二訊號完全吻合，因此由圖一之架構所量測到之訊號確為一外差干涉訊號。

接著我們進行一實驗來驗證光強是否如理論所預測。首先將液晶盒入射導軸方位角定在任一角度  $\alpha$ ，由示波器擷取其光訊，再將液晶盒旋轉一角度，在此將其旋轉 20 度，20 度的訂定並無特殊目的，純粹為了驗證光強是否變化；將液晶盒於  $\alpha + 20^\circ$  時的光強擷取下來，所得兩光訊號如圖 3 所示。

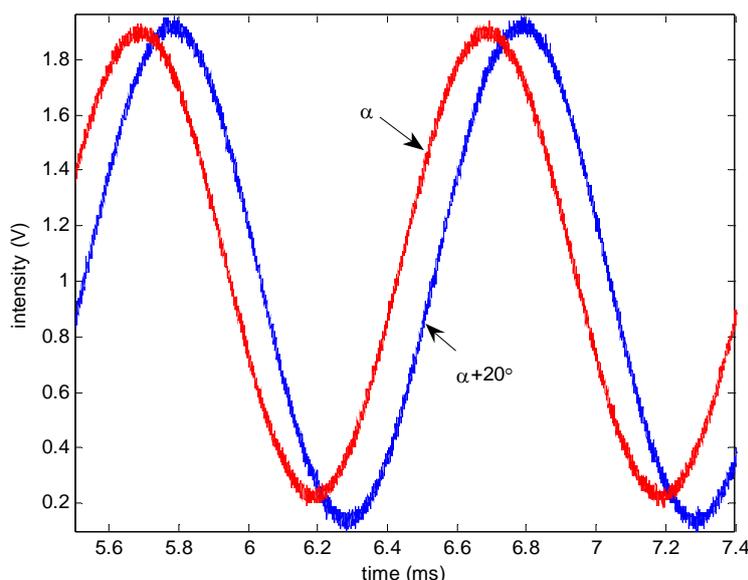


圖 3 實驗所得液晶盒於不同方位角時之外差干涉訊號

由圖 3 可看出當液晶盒在不同方位角時，其外差訊號之直流項  $I_{DC}$ 、振幅  $K$  以及相位  $\sigma$  均不同，而此兩訊號之光強比  $A_G$  也有所差異。如前面所提，相位  $\sigma$  與光強比  $A_G$  為我們欲量測液晶盒參數  $(\alpha, \phi, d)$  之函數，若能藉由量測外差訊號之相位及光強比來反推相對應之液晶參數，便可達到多參數量測的目的。

而基因演算法很適合用來解決這種多目標形式的問題，實驗所量測到之相位及光強比為基因演算法中的目標值(objective value)，基因演算法將找出最適合的基因(即液晶參數)來對應到所要之目標值。但若只利用一組相位及光強比帶入基因演算法來反求出相對應之液晶參數，其所得之最佳解並非唯一解，而會得到多組可能之液晶參數最佳解。因此，在接下來的實驗中，我們將液晶盒置於三個不同之方位角  $(\alpha, \alpha + 5^\circ$  及  $\alpha + 10^\circ)$  來得到三組目標值(即相位與光強比)，我們發現利用三組目標值代入基因演算法便可到唯一之最佳解  $(\alpha, \phi, d)$ 。

## 二、基因演算法應用於解液晶參數

基因演算法則(Genetic Algorithms)的基本理論是基於自然選擇過程的一種最佳化搜尋機構。其基本精神在於仿效生物界中物競天擇、優勝劣敗的自然進化法則，它能夠選擇物種中具有較好特性的上一母代，並且隨機性的相互交換彼此的位元資訊，以期望能產生較上一母代更優秀的子代，如此重覆下去以產生適應性最強的最佳物種。基因演算法則的三個主要運算子為選擇(selection)、交配(crossover)、以及突變(mutation)。應用基因演算法則來解最佳化問題的基本精神為：將所要搜尋的所有參數編碼成稱為染色體(chromosome)的離散(discrete)或二元字串—即染色體的建造，譬如說我們可以用五個位元的字串-11010 來代表參數的值;如此隨機地重覆產生  $N$  個初始物種(字串)，然後依據求解之條件來設計適應函數(fitness function)，適應函數值較佳的物種將被挑選至交配池(mating pool)中，此即複製過程，再依交配及突變過程的運算，即完成一代的基因演算法則，如此重覆下去以產生適應性最強的物種。因此，在基因演算法中，最適合的基因(液晶參數)將會存活至下一代，如此一代一代的操作，最後留下來的將會是最佳的液晶參數解。一般而言，最佳化演算法可以被視為求某個函數的極大值(或極小值)，或者可將這些演算法當成搜尋技術，搜尋出較符合我們要求的答案。所以必須將所希望達到的目的，適當轉換成函數的形式，再利用這些演算法求得此函數的極大值(或極小值)。舉例來說，如果將所求的函數定義為 SNR(Signal-to- Noise Ratio, 訊噪比)，則將是求此 SNR 的最大值；如果將函數定義為誤差函數，常用的函數形式為 SSE(Sum Square Error, 誤差平方和)，則希望誤差越小越好，所以是

求最小值。在此我們使用的適應性函數即為誤差函數，該函數是用來衡量計算出的光強比  $A_G$  及相位  $\sigma$  與量測到的  $A_G$  及  $\sigma$  之間的誤差，再實驗中我們量測三組  $A_G$  及  $\sigma$  每一組分別對應三個不同之方位角 ( $\alpha$ 、 $\alpha+5^\circ$  及  $\alpha+10^\circ$ )，我們的誤差函數定義為[11-12]

$$\begin{aligned} \text{Error} &= E_{A_G} + E_\sigma \\ &= \left( 0.5 \times \sum_{n=1}^3 (A_{G_n, \text{Exp}} - A_{G_n, \text{Comp}})^2 \right) + \left( 0.5 \times \sum_{n=1}^3 (\sigma_{n, \text{Exp}} - \sigma_{n, \text{Comp}})^2 \right) \quad (10) \end{aligned}$$

其中  $E_{A_G}$  與  $E_\sigma$  分別為光強比與相位差的誤差函數； $A_{G_n, \text{Exp}}$  與  $\sigma_{n, \text{Exp}}$  代表光強比與相位差的實驗值， $A_{G_n, \text{Comp}}$  與  $\sigma_{n, \text{Comp}}$  則為使用瓊斯矩陣所計算得到的光強比與相位差計算值。如此一來，最後演算法所得到的  $A_{G, \text{Comp}}$ 、 $\sigma_{\text{Comp}}$  即是與量測的  $A_{G, \text{Exp}}$ 、 $\sigma_{\text{Exp}}$  最為接近的值，其所對應到的液晶參數就是所求得的的最佳液晶參數。在式(8)中我們可看到兩個反三角函數，

$$\theta = \sin^{-1} \left( \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right) \quad (11)$$

$$\sigma = \sin^{-1} \left( \frac{A'}{\sqrt{A'^2 + B'^2}} \right) \quad (12)$$

在理論中，一組液晶參數會產生四組  $\theta$  與  $\sigma$  (當  $-\pi \leq \{\theta, \sigma\} \leq \pi$ )，因此在式(2.10)中將會得到四個誤差值，最後演算法將會求出四組液晶參數之最佳解，不過當中有一組所得到的誤差值是最小的，而此組參數即被認定為所測液晶之參數最佳解。

圖 4 為基因演算的主要流程。首先，基因演算法先產生一群任意的起始液晶參數值，接著利用瓊斯矩陣算出各自所對應四組的光強比及相位；再來這些所計算出的光強比及相位值會帶入式(10)來計算其與實驗值的誤差，若所得到的誤差值在允許的範圍內，則演算程序會終止；反之，若誤差值不可接受，則會進行選擇及交配的程序並伴隨著突變運算。在搜尋最佳解的過程中，若只是在母代的基因碼內複製與交配，較容易發生收斂至局部最佳解的情形，因此突變運算有其必要性。突變可以引進新的基因碼，增加新的參數搜尋區域，避免陷入局部最佳解，因此可以搜尋到整體最佳解。以上的步驟持續疊代運算，經過 2000 次的迴圈後即中止運算，此時所得到的液晶參數即將其視為最佳解。在模擬或是實驗中，誤差值在經過大約 500-1000 個迴圈後極會收斂，因此我們選擇 2000 作為演算法中的迴圈數。

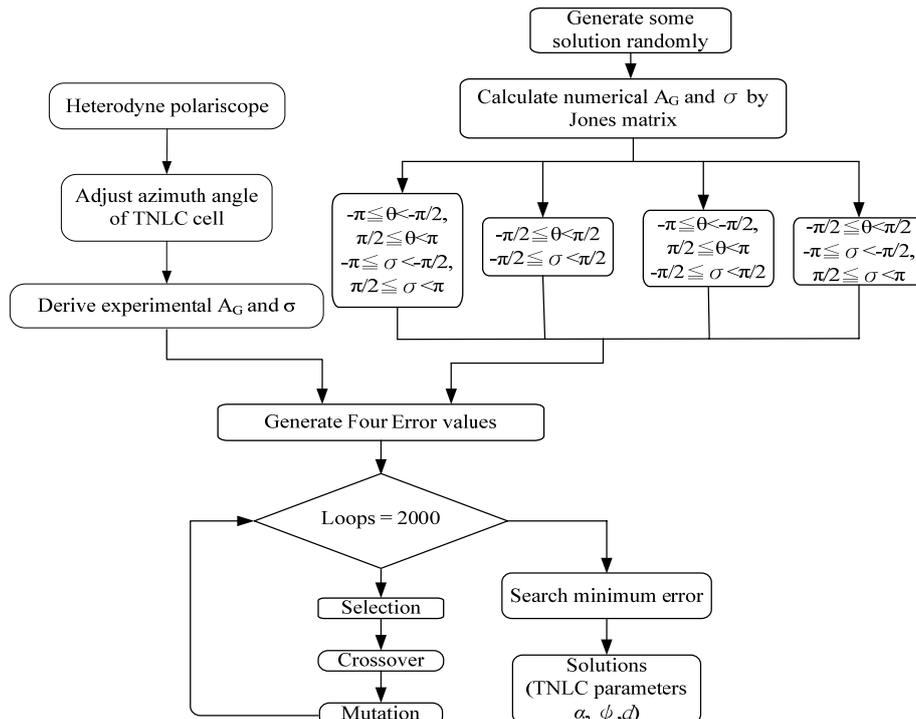


圖 4 基因演算法流程圖

### 參、研究結果

實驗中所使用的液晶樣本為奇美電子所提供，據廠商所提供的數據，該液晶盒的扭轉角為  $90^\circ$ ，液晶層厚度為 4.2 微米，預傾角為 3.4 度；尋常光與非尋常光折射率  $n_o$  及  $n_e$  分別為 1.483 及 1.569。該液晶樣本首先置於一未知之方位角  $\alpha$ ，當調變光經過液晶樣本及檢偏片後，可從偵測到的外差干涉訊號得到光強比  $A_{G_1}$  及相位差  $\sigma_1$ ；接著分別在將液晶旋轉五度及十度，即方位角分別為  $\alpha_2 = \alpha + 5^\circ$  與  $\alpha_3 = \alpha + 10^\circ$ ，其所對應之光強比與相位分別為  $A_{G_2}$  與  $\sigma_2$ 、 $A_{G_3}$  與  $\sigma_3$ 。此三組量測到的數據 ( $A_{G_1}$ ,  $\sigma_1$ )、( $A_{G_2}$ ,  $\sigma_2$ ) 及 ( $A_{G_3}$ ,  $\sigma_3$ ) 接著代入式(10)，即誤差函數中的目標值(實驗值)。如此，經過基因演算的運算後，最小誤差函數值所對應到的液晶參數即為所求。

表 1 為量測扭轉型向列液晶的實驗結果，由表一可看出在不同次的量測結果中其逆運算所求得的液晶參數有很好的穩定度。此方法不須連續的旋轉光學元件如偏光片[3-5]及液晶樣本[13]即可準確的量測液晶參數，可避免由於機械式旋轉調變所造成的振動誤差。表一中所計算出的扭轉角最佳解約為  $90.18$  度，該數值與廠商提供的數據十分接近；而求得的液晶厚度約為 4.1 微米，大概與廠商所提供 4.2 微米的數據有 0.1 微米的差距，其造成誤差的主要原因應是來自各光學元件間的角度對準誤差，因此若能更精確的校對調整各元件間的角度，應能提高量測的準確度。此方法所得之扭轉角與液晶導軸方位角的平均誤差分別為  $0.012^\circ$  與  $0.227^\circ$ ，此結果與之前其他研究所得的平均誤差  $0.17^\circ$  與  $0.229^\circ$  [7] 足堪比擬。

表 1

Measurement Number	Parameters for measurement	Calculated results
No.1	$\alpha$ (deg)	$11.444 \pm 0.094$
	$\phi$ (deg)	$90.180 \pm 0.044$
	d ( $\mu\text{m}$ )	$4.109 \pm 0.003$
No.2	$\alpha$ (deg)	$11.904 \pm 0.011$
	$\phi$ (deg)	$90.168 \pm 0.009$
	d ( $\mu\text{m}$ )	$4.135 \pm 0.001$
No.3	$\alpha$ (deg)	$11.344 \pm 0.027$
	$\phi$ (deg)	$90.202 \pm 0.064$
	d ( $\mu\text{m}$ )	$4.101 \pm 0.007$
Average Data	$\alpha$ (deg)	$11.564 \pm 0.227$
	$\phi$ (deg)	$90.184 \pm 0.012$
	d ( $\mu\text{m}$ )	$4.115 \pm 0.013$

### 肆、結論與建議

本研究發展出強度與相位型之外差偏光干涉儀用來量測以扭轉向型液晶為樣本時的外差訊號。此系統結合了光學外差干涉儀於強度與相位量測的靈敏性以及多目標基因演算法在解多項液晶樣本參數的優點；此系統所偵測到的調變訊號可簡化成一正弦函數的形式，正好非常適於相位鎖出的技術，另外擷取訊號的光強比而非單獨擷取訊號的振幅亦可減少由於光學元件的吸收所造成的強度變動影響。目前所發展出來的方法不須連續的機械轉動光學元件及進行複雜的非線性擬合 [7]；而使用共路徑外差干涉的架構更擁有減少環境擾動影響以及增進訊噪比的優點，另外，基因演算法非常適於處理這種多參數合成的問題，在此所提出了一簡易的架構可穩定的量測扭轉向列型液晶的多項參數。

### 伍、參考文獻

- [1] S. H. Lee, W. S. Park, G. D. Lee, K. Y. Han, T. H. Yoon, and J. C. Kim (2002), "Low-Cell-Gap Measurement by Rotation of a Wave Retarder," *Jpn. J. Appl. Phys.*, Part 1 41, 379-383.

- [2] J. S. Gwag, K. H. Park, G. D. Lee, T. H. Yoon, and J. C. Kim (2004), "Simple Cell Gap Measurement Method for Twisted-Nematic Liquid Crystal Cells," *Jpn. J. Appl. Phys.*, Part 2 43, L30-L32.
- [3] S. T. Tang and H. S. Kwok (2001), "Transmissive liquid crystal cell parameters measurement by spectroscopic ellipsometry," *J. Appl. Phys.* 89, 80-85.
- [4] J. S. Gwag, S. H. Lee, K. Y. Han, J. C. Kim, and T. H. Yoon (2002), "Novel Cell Gap Measurement Method for a Liquid Crystal Cell," *Jpn. J. Appl. Phys.*, Part 2 41, L79-L82.
- [5] J. S. Chae and S. G. Moon (2004), "Cell parameter measurement of a twisted-nematic liquid crystal cell by the spectroscopic method," *J. Appl. Phys.* 95, 3250-3254.
- [6] Y. Zhou, Z. He, and S. Sato (1998), "An improved stokes parameter method for determination of the cell thickness and twist angle of TNLC cell," *Jpn. J. Appl. Phys.* 37, 2567-2571.
- [7] V. Duran, J. Lancis, and E. Tajahuerce (2005), "Cell parameter determination of a twisted-nematic liquid crystal display by single-wavelength polarimetry," *J. Appl. Phys.* 97, No. 043101.
- [8] M. Kawamura, Y. Goto, and S. Sato, "Two-dimensional measurements of cell parameter distributions in reflective liquid crystal displays by using multiple wavelengths Stokes parameters (2004)," *J. Appl. Phys.* 95, 4371-4375.
- [9] M. Kawamura, Y. Goto, and S. Sato (2004), "A two-dimensional pretilt angle distribution measurement of twisted nematic liquid crystal cells using stokes parameters at plural wavelengths," *Jpn. J. Appl. Phys.* 43, 709-714.
- [10] Y. L. Lo and T. C. Yu (2006), "A polarimetric glucose sensor using a liquid crystal polarization modulator driven by a sinusoidal signal," *Opt. Comm.* 259, 40-48.
- [11] H. C. Cheng and Y. L. Lo (2004), "Arbitrary strain distribution measurement using a genetic algorithm approach and two fiber Bragg grating intensity spectra," *Opt. Comm.* 239, 323-332.
- [12] H. C. Cheng and Y. L. Lo (2005), "The synthesis of multiple parameters of arbitrary FBGs via a genetic algorithm, and two thermally modulated intensity," *Journal of Lightwave Technology* 23, 2158-2168.
- [13] C. C. Tsai, C. Chou, C. Y. Han, C. H. Hsieh, K. Y. Liao, and Y. F. Chao (2005), "Determination of optical parameters of a twisted-nematic liquid crystal by phase-sensitive optical heterodyne interferometric ellipsometry," *Appl. Opt.* 44, 7509-7514.